

## Formulação Simplificada para a Avaliação de Deslocamentos em Vigas com Condições de Contorno Móveis

Thomás Bedusque Verderesi (tverderesi@gmail.com) ; Marco André Argenta  
 UFPR – Universidade Federal do Paraná;  
 PPGECC – Programa de Pós Graduação em Engenharia de Construção Civil



FUNDAÇÃO ARAUCÁRIA  
 Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Paraná

### INTRODUÇÃO

Sistemas dinâmicos são sistemas que possuem inúmeras aplicações, porém quando não-lineares possuem um alto custo computacional. Esse trabalho propõe a criar uma formulação não-linear simplificada baseada nos princípios de Hamilton na dinâmica para uma viga utilizando corpos rígidos, molas rotacionais e amortecedores.

### OBJETIVOS

- Criar formulações lineares e não lineares baseados no princípio de D'Alembert<sup>1</sup> e na formulação energética;
- Usar um Método de Newmark<sup>2</sup> modificado para resolver o problema de uma maneira simplificada;
- Simular uma viga com uma força inercial como condição de equilíbrio.

### MATERIAIS E MÉTODOS

O modelo desenvolvido segue o proposto por Clough & Penzien (1995)<sup>3</sup>, com um montagem com três barras indeformáveis de comprimento  $L$  (Fig. 1), conectadas por rótulas com as propriedades de cada barra representadas por molas rotacionais  $k_1, k_2, k_3$  and amortecedores  $c_1, c_2, c_3$ . Em  $t=0$ , as barras estão em repouso, atingindo equilíbrio em um tempo  $t_m$ . Após serem solicitadas por um momento  $M$  no extremo da barra. O Sistema possui três coordenadas generalizadas  $q_1, q_2, q_3$  representando a rotação de cada barra. Este modelo é resolvido de uma maneira linear e não-linear sendo resolvido pelo fluxograma (Fig. 2).

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

O pêndulo na Figura 1 foi simulado com uma força inercial  $\bar{f}_x = \bar{f}_y = 10 \text{ m/s}^2$ , retirada aos 20s. A simulação durou 60s, e os parâmetros de Newmark são  $\beta = 0.25$ ,  $\gamma = 0.5$  and  $dt = 0.01$ . O modelo é constituído de aço, com a massa unitária de  $7850 \text{ kg/m}^3$  e comprimento de  $1\text{m}$ . A constante de rigidez é  $k = 104166.67 \text{ N.m/rad}$  e o coeficiente de amortecimento é  $c = 0.04E06$ , para rápida estabilização. O resultado do nó três foi resumido nas tabelas da Figura 3:

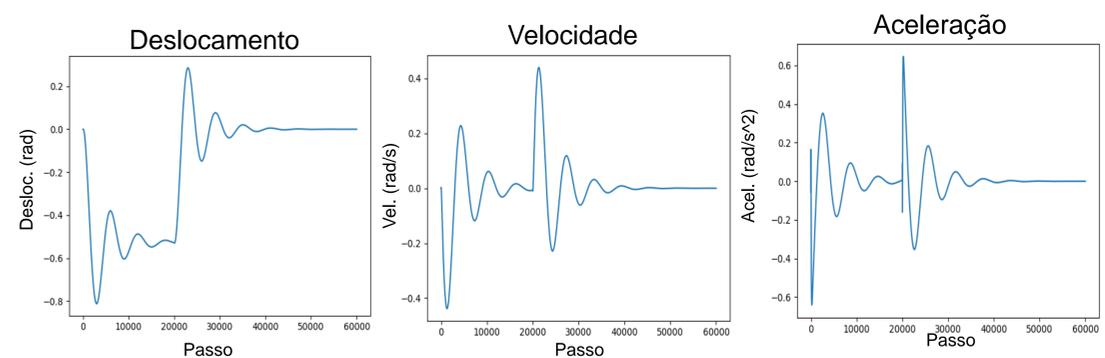


Figura 3 – Deslocamento, velocidade e aceleração do nó 3. (Fonte: Autor)

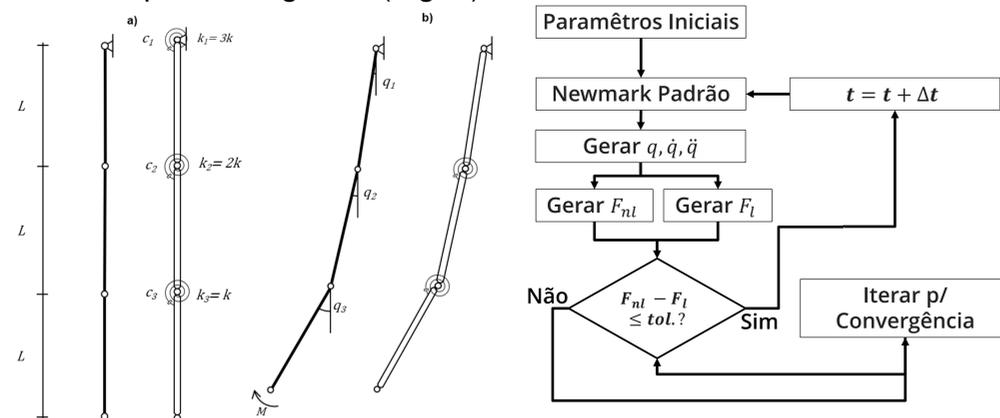


Figura 1 – Montagem de Corpo Rígido. (Fonte: Clough & Penzien)

Figura 2 – Fluxograma de Solução. (Fonte: Autor)

### CONCLUSÃO

Pela análise da Figura 3, observa-se que os parâmetros de entrada estão estabilizando e convergindo conforme esperado para a condição de equilíbrio imposta, mas há a necessidade de investigação posterior para a melhor calibração do modelo.



### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Bathe, K.-J. (2014). *Finite Element Procedures*. (K.-J. Bathe, Ed.) (2nd ed., Vol. 1). Watertown, MA: Bathe, Klaus-Jürgen. Retrieved from [web.mit.edu/kjb/www/Books/FEP\\_2nd\\_Edition\\_4th\\_Printing.pdf](http://web.mit.edu/kjb/www/Books/FEP_2nd_Edition_4th_Printing.pdf)
2. Newmark, N. M. (1959). A Method of Computation for Structural Dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85(3), 67–94.
3. Clough, R. W., & Penzien, J. (1995). *Dynamics of structures (Third Edit)*. Berkeley, CA: Computers & Structures, Inc.