

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA DE CONVECÇÃO DE RAYLEIGH-BÉNARD

Rodrigo Branco Rodakoviski\* e Nelson Luís Dias

PPGEA/UFPR – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental

\*rodakoviski@gmail.com



Dada a importância da compreensão de escoamentos movidos por empuxo em aplicações ambientais, o presente estudo simulou numericamente o escoamento conhecido como Convecção de Rayleigh-Bénard, em que um fluido contido entre duas placas é aquecido pela base, diretamente a partir das equações de conservação. O esquema numérico desenvolvido consistiu em esquemas de diferenças finitas de quarta ordem, associados ao método de Runge-Kutta de quarta ordem e o uso de FFTs. O algoritmo, programado em Fortran 95 e paralelizado com OpenMP, descreve bem os diferentes regimes de escoamento e diversas estruturas convectivas, e pode ser usado futuramente na validação de modelos de turbulência, estimativa de fluxos e avaliação da dispersão de poluentes.

### INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Conforme destacado por Ahlers, Grossmann e Lohse 2009, escoamentos convectivos ocorrem no manto terrestre, no interior do Sol, nos oceanos e em diversas escalas na atmosfera. Portanto, sua compreensão é de grande interesse em estudos ambientais. O escoamento mais simples movido por empuxo é conhecido como Convecção de Rayleigh-Bénard, em que um fluido contido entre duas placas é aquecido pela base. O objetivo deste estudo foi simular numericamente tal escoamento diretamente a partir das equações de conservação, ou seja, sem a utilização de um modelo de turbulência.

### METODOLOGIA

Segundo Chandrasekhar 1970, as equações que descrevem a evolução de um escoamento convectivo bidimensional no plano  $xz$  ao longo do tempo  $t$  são

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = w + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + w \frac{\partial \omega}{\partial z} = -RaPr \frac{\partial \theta}{\partial x} + Pr \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + Pr \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\omega, \quad (3)$$

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad (4)$$

$$w = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (5)$$

em que  $\theta$  é a temperatura,  $\omega$  a vorticidade,  $\psi$  é a função corrente e  $(u, w)$  é o vetor velocidade. Os parâmetros adimensionais que governam o problema são os números de Prandtl  $Pr$  e de Rayleigh  $Ra$ , sendo este último proporcional à diferença de temperatura entre as placas. Inspirada no método de Liu, Wang e Johnston 2003, a solução numérica deste sistema consistiu nas seguintes etapas:

- ▶ Discretização das derivadas por diferenças finitas de quarta ordem;
- ▶ Solução da equação de Poisson via FFT como descrito por Van Loan 1992;
- ▶ Avanço no tempo através do método de Runge-Kutta de quarta ordem;
- ▶ Aplicação de condições de contorno periódicas em  $x$  e cisalhamento nulo em  $z$ ;
- ▶ Programação em Fortran 95 com regiões paralelas via interface OpenMP.

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

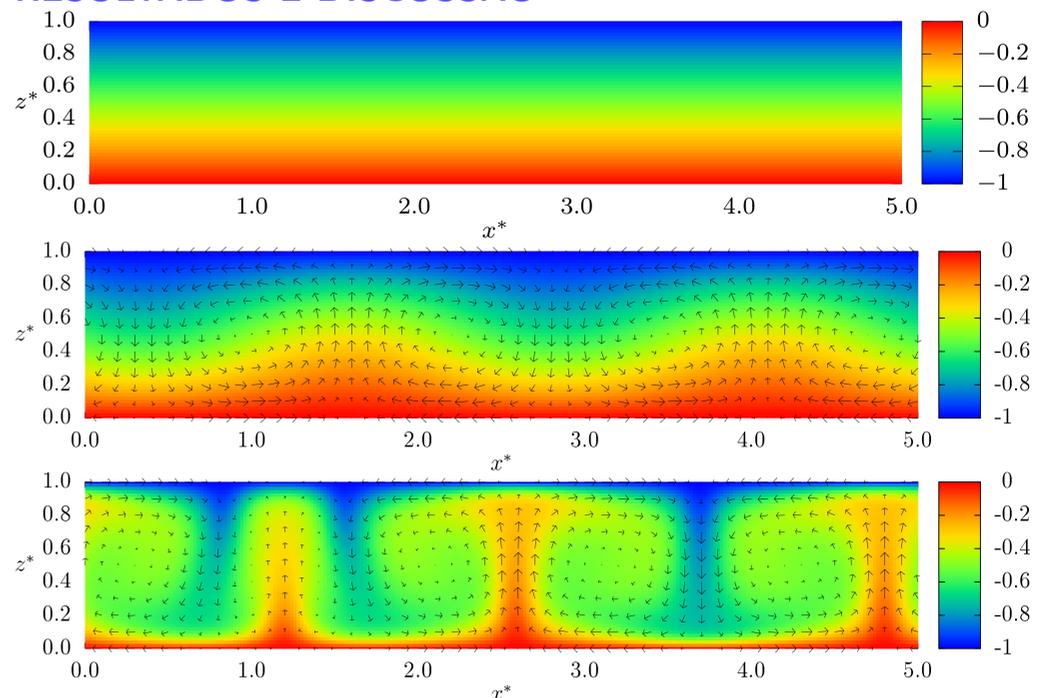


Figura: As cores representam o desvio (adimensional) da temperatura do fluido em relação à temperatura da placa inferior, enquanto que os vetores indicam o campo de velocidades para  $Ra = 600$ ,  $Ra = 700$  e  $Ra = 16000$ , respectivamente.

Quando o número de Rayleigh é relativamente baixo, ocorre a solução hidrostática, situação em que o perfil de temperatura é linear. À medida em que aumenta-se o número de Rayleigh, surge movimento, e diferentes estruturas convectivas se formam.

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Apesar do elevado custo computacional, o método desenvolvido mostrou-se adequado para a simulação de escoamentos convectivos. Estudos futuros podem utilizá-lo, entre outros, para desenvolver modelos de turbulência, estimar fluxos de calor e quantidade de movimento, e avaliar a dispersão de poluentes em escoamentos semelhantes.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ▶ Ahlers, Guenter, Siegfried Grossmann e Detlef Lohse (2009). "Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection". Em: *Reviews of Modern Physics* 81.2, 503–537.
- ▶ Chandrasekhar, Subrahmanyan (1970). *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Dover publications.
- ▶ Liu, Jian-Guo, Cheng Wang e Hans Johnston (2003). "A fourth order scheme for incompressible Boussinesq equations". Em: *Journal of Scientific Computing* 18.2, pp. 253–285.
- ▶ Van Loan, Charles (1992). *Computational Frameworks for the Fast Fourier Transform*. Society for Industrial e Applied Mathematics.

