ENCONTRO DE PESQUISA & DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO
EP&DT UFPR

# I ENCONTRO DE PESQUISA & DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO DA UFPR

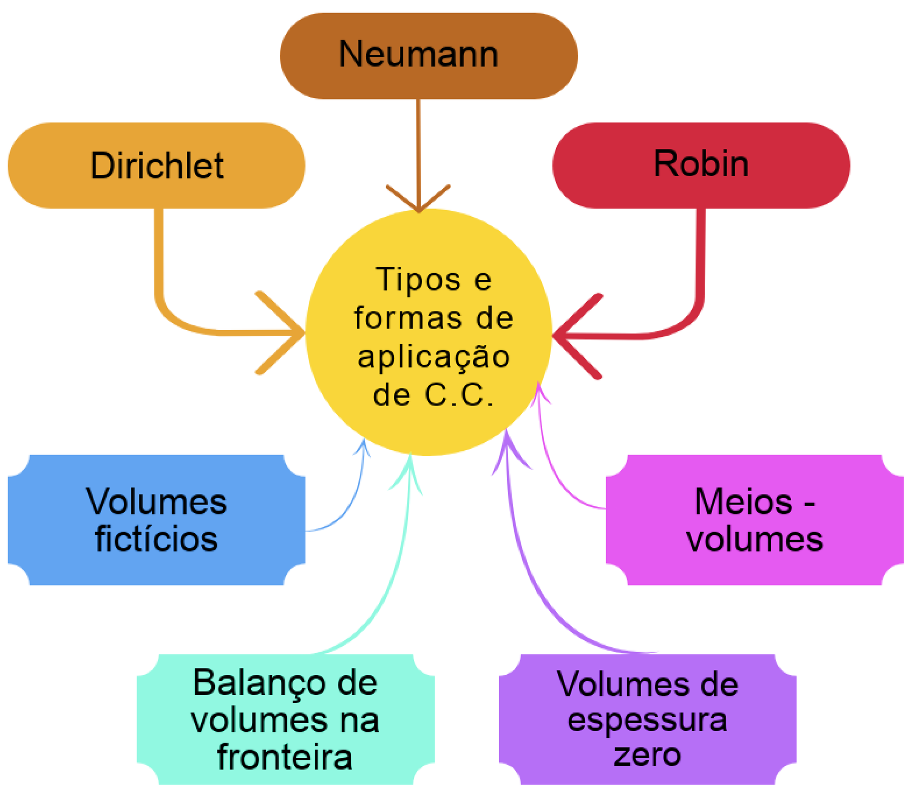
22 a 23 de novembro de 2018 l Setor de Tecnologia l Curitiba - PR

# Verificação de técnicas de aplicação de condições de contorno em malhas estruturadas não-ortogonais

**RIGHI, Aline Roberta Santos; ARAKI, Luciano Kiyoshi.**
**Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.**
E-mail: alinerighi29@gmail.com, lucaraki@ufpr.br

## INTRODUÇÃO

Dentre os métodos aplicados nos estudos de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD da sigla em inglês, *Computational Fluid Dynamics*), um dos mais usados é o Métodos dos Volumes Finitos (MVF) (Juretic and Gosman, 2010). Uma vantagem no uso do MVF está ligado ao importante conceito de discretização conservativa; além do MVF se adaptar à geometrias arbitrárias (Hirsch, 2007), o que é muito importante em problemas reais de engenharia. Os problemas em CFD tratados em geometrias complexas são divididos em dois grupos: malhas estruturadas e não estruturadas (Versteeg e Malalasekera, 2007). As malhas estruturadas não ortogonais possuem vantagens em relação às não estruturadas porque o processo de discretização resulta em matrizes com diagonal dominância que podem ser resolvidas através de *solvers* otimizados (Maliska, 2004), e todos os problemas em CFD são definidos em termos de condições iniciais e de contorno (Versteeg and Malalasekera, 2007).




## OBJETIVOS

- Aplicar as formas de aplicação de condições de contorno em duas geometrias (L e trapézio) com a Equação de Poisson utilizando malhas estruturadas não-ortogonais;
- Deduzir *a priori* as ordens verdadeiras e assintóticas do erro de discretização baseado na temperatura média do domínio;
- Verificação *a posteriori* das ordens verdadeiras e assintótica do erro de discretização, utilizando as ordens efetiva e aparente e por fim, realizar a comparação das formas de aplicação de condições de contorno.

## MATERIAIS E MÉTODOS

O presente trabalho é fundamento da Equação de Poisson, que transformada para o sistema de coordenadas *ξ-η,* como descrito por Maliska (2004), e resulta na Eq. (1). Onde *J* é o Jacobiano da transformação e *α, β* e *γ* são as métricas da transformação (2). A discretização foi realizada através do Método dos Volumes Finitos (Maliska, 2004; Versteeg e Malalasekera, 2007) com malhas estruturadas não ortogonais e aproximações do tipo CDS-2.

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\mathrm{J}\left(\alpha\,\frac{\partial T}{\partial \xi}-\beta\,\frac{\partial T}{\partial \eta}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial \eta}\left[\mathrm{J}\left(\gamma\,\frac{\partial T}{\partial \eta}-\beta\,\frac{\partial T}{\partial \xi}\right)\right]=\frac{S^{\emptyset}}{\mathrm{J}} \qquad (1)$$

$$\alpha = {x_\eta}^2+{y_\eta}^2,\ \beta = x_\xi\, x_\eta + y_\xi\, y_\eta,\ \gamma = {x_\xi}^2+{y_\xi}^2,\ \mathrm{J}=\frac{1}{(x_\xi\, y_\eta - x_\eta\, y_\xi)} \qquad (2)$$

As análises são realizadas em duas geometrias, em formato de L e o trapézio representadas na Fig. (1). As malhas são geradas através da interpolação de Lagrange e equações elípticas. Também, as análises dos resultados consistem na determinação das ordens aparente e efetiva (Marchi, 2001; Marchi and Silva, 2005).

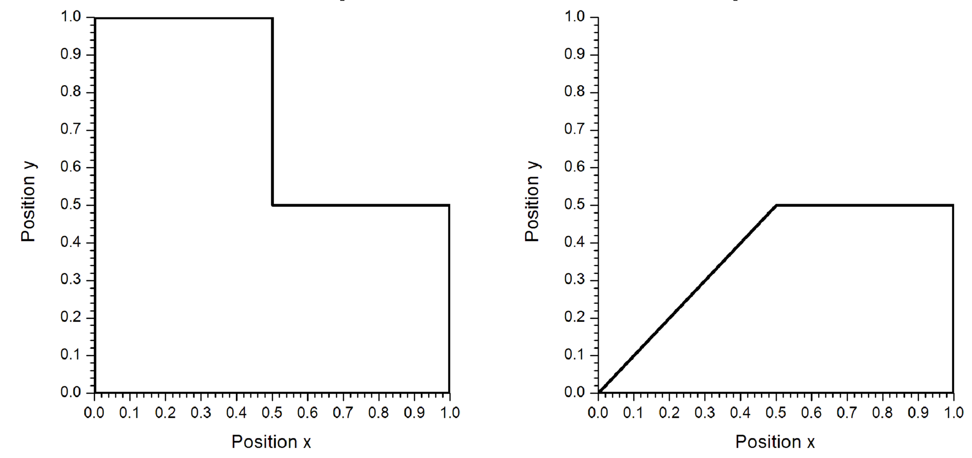
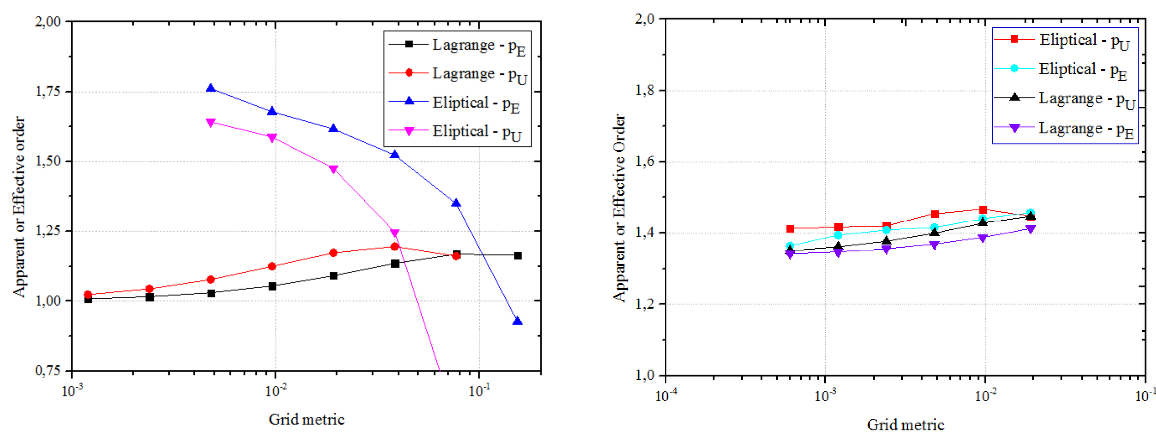



Figura 1. Geometrias utilizadas para resolver a Equação de Poisson.

## RESULTADOS PRELIMINARES E DISCUSSÕES

Um primeiro estudo foi realizado utilizando a técnica dos volumes fictícios aplicados à Dirichlet representados nas figuras (2) e (3), e para Neumann representados nas figuras (4) e (5).




Figuras 2 e 3. Ordens com Dirichlet no L e no trapézio, respectivamente.

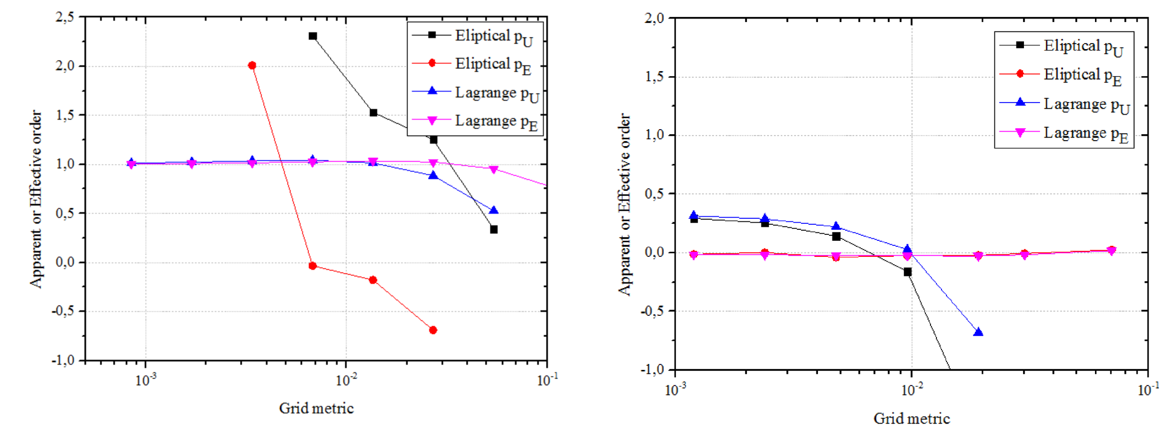



Figura 4 e 5. Ordens com Neumann no L e no trapézio, respectivamente.

## CONCLUSÃO

O principal objetivo do presente trabalho é encontrar a melhor ordem de convergência dentre as formas de aplicação de condições de contorno estudadas. Segundo Maliska (2004), em problemas de engenharia, a parte mais importante é a escolha das condições de contorno, considerando que uma escolha ruim pode comprometer a solução inteira.

Em conclusão, apesar de para todos os casos estudados até o momento o erro numérico da temperatura média tender a zero conforme a malha é refinada, o melhor resultado encontrado para os valores das ordens é para a geometria em formato de L quando comparado ao trapézio, para as condições de contorno de Dirichlet e Neumann. Algumas dificuldades encontradas são referentes ao tipo da malha empregada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Versteeg, H.K. and Malalasekera, W., 2007, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited, Harlow, 2nd edition.

Hirsch, C. *Numerical Computation of Internal & External Flows – Volume 1: Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2nd edition.

Juretic, F. and Gosman, A.D., 2010, "Error Analysis of the Finite-Volume Method with Respect to Mesh Type". *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 57, p. 410-439.

Maliska, C.R., 2004. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. LTC Editora, Rio de Janeiro, 2nd edition.

Marchi, C.H., 2001, *Verificação de Soluções Numéricas Unidimensionais em Dinâmica dos Fluidos*, PhD Thesis, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis.

Marchi, C.H., Silva, A.F.C., 2005, "Multi-dimensional Discretization Error Estimation for Convergent Apparent Order", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 27, p. 432-439.

Os autores agradecem a Universidade Federal do Paraná (UFPR), a Coordenadação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte físico e financeiro para o desenvolvimento deste trabalho.

**Promoção:**

**Organização:**

**Apoio Institucional:**